2016.2実施　開成高校 入試

(1) 計算せよ。

$$(\sqrt{77}+7)\left(\sqrt{44}-\sqrt{28}-\frac{8}{\sqrt{11}}\right)$$

$$=\sqrt{77\times44}-\sqrt{77\times28}-\frac{8\sqrt{77}}{\sqrt{11}}+7\sqrt{44}-7\sqrt{28}-\frac{7\times8}{\sqrt{11}}$$

$$=\sqrt{7\times11\times2\times2\times11}-\sqrt{7\times11\times2\times2\times7}-8\sqrt{7}+7\sqrt{2\times2\times11}-7\sqrt{2\times2\times7}-\frac{7\times8\sqrt{11}}{11}$$

$$=22\sqrt{7}-14\sqrt{11}-8\sqrt{7}+14\sqrt{11}-14\sqrt{7}-\frac{56\sqrt{11}}{11}$$

$$=\boxed{\frac{-56\sqrt{11}}{11}}$$

(2) 因数分解せよ。

$$x^2+(2a-3b-6)x-6ab+18b$$

$= x^2+2ax-3bx-6x \quad -6ab \quad +18b$

※ aについて整理する。

$= (2x-6b)a \quad +(x^2-3bx-6x+18b)$

$= 2(x-3b)a \quad + \{x^2+(-3b-6)x+18b\}$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \times & -3b \\ 1 & & -6 \\ \hline -3b & & -6 \end{array}$$

$= 2(x-3b)a + \{(x-3b)(x-6)\}$

$= (x-3b)\,(2a+(x-6))$

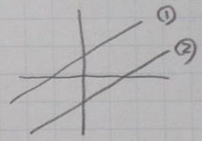
$= \boxed{(x-3b)(x+2a-6)}$

(3) 連立方程式の解が無いとき，定数 a の値を求めよ。

$$\begin{cases} 2x+ay=a & \text{——①} \\ (-1+4a-a^2)x+ay=1 & \text{——②} \end{cases}$$

---

①と②の解が無い → 1次関数にしたとき平行になること



よって

$$\begin{cases} y=\dfrac{-2}{a}x+1 & \text{——①'} \\ y=\dfrac{(a^2-4a+1)}{a}x+\dfrac{1}{a} & \text{——②'} \end{cases}$$

①と②が平行 → 傾きが等しい

$$\frac{-2}{a}=\frac{a^2-4a+1}{a}$$

$$0=a^2-4a+3$$

$$0=(a-3)(a-1)$$

$$a=3,\ 1$$

$a=3$ のとき → ①'②'に代入

$$\begin{cases} y=\dfrac{-2}{3}x+1 \\ y=\dfrac{(3^2-4\times3+1)}{3}x+\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{-2}{3}x+1 \\ y=\dfrac{-2}{3}x+\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

よって

$\boxed{a=3}$

$a=1$ のとき → ①'②'に代入

$$\begin{cases} y=\dfrac{-2}{1}x+1 \\ y=\dfrac{(1^2-4\times1+1)}{1}x+\dfrac{1}{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=-2x+1 \end{cases}$$

$a=1$ だと ①'と②'が一致するため

NG

また ①'と②'の式より

分母≠0 なので $\boxed{a=0}$

$\boxed{\text{A. } a=0 \text{ と } 3}$

(4) 2つの数 a, b があって

a は $-1 \leqq a \leqq 1.5$

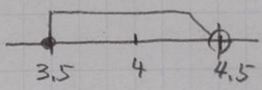
b は 小数第1位で四捨五入すると 4になる。

$x = \sqrt{(-a)^2 - \frac{1}{2}b}$ とおくとき

x のとり得る値の範囲を不等式で表せ。

$-1 \leqq a \leqq 1.5$

bの範囲は



$x = \sqrt{(-a)^2} \quad - \frac{1}{2}b$

min の時　小　$a=0$　　大　$-\frac{1}{2} \times 4.5 = -2.25$

max の時　大　$a=1.5$　　小　$-\frac{1}{2} \times 3.5 = -1.75$

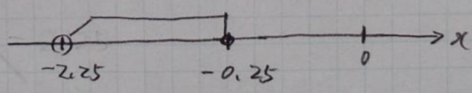
$\sqrt{(-1.5)^2}$

$= 1.5$

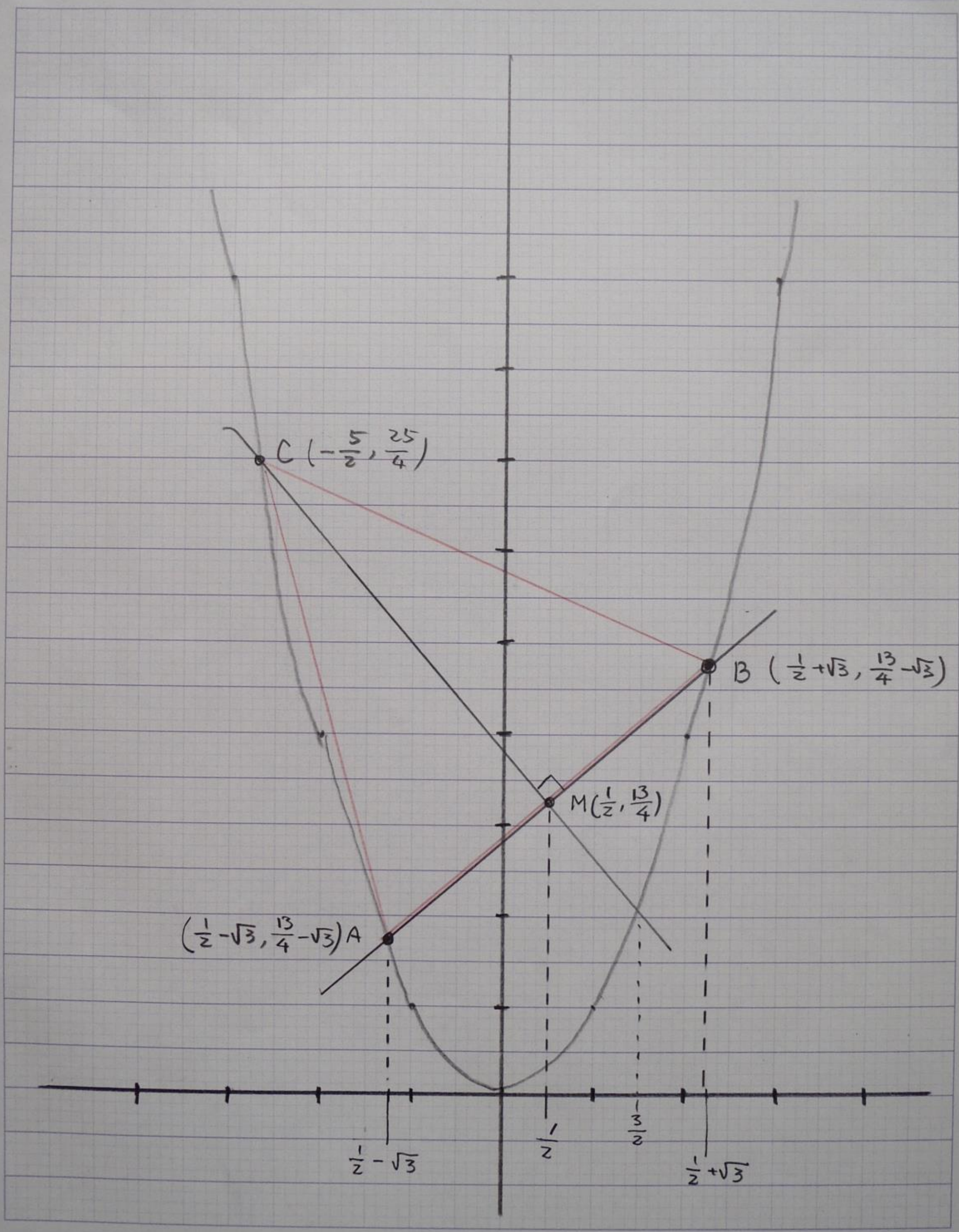
min $= 0 - 2.25 = -2.25$

max $= 1.5 - 1.75 = -0.25$

よって



$\boxed{-2.25 < x \leqq -0.25}$



C $(-\frac{5}{2}, \frac{25}{4})$
B $(\frac{1}{2}+\sqrt{3}, \frac{13}{4}-\sqrt{3})$
M $(\frac{1}{2}, \frac{13}{4})$
$(\frac{1}{2}-\sqrt{3}, \frac{13}{4}-\sqrt{3})$ A
$\frac{1}{2}-\sqrt{3}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{2}$
$\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

2 関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2点 A, B があり
Aのx座標は $\frac{1}{2}-\sqrt{3}$ ，Bのx座標は $\frac{1}{2}+\sqrt{3}$ である。
線分ABの中点Mとし、Mを通りABに垂直な直線と
$y=x^2$ との交点のうち、x座標が負の方の点をCとする。

(1) 点Mの座標と線分ABの長さを求めよ。

(2) 点Cの座標を求めよ。

(3) △ABCの3辺の長さの比 AB:BC:CA を求めよ。

---

(1) AとBの座標を求める

$$f(x)=y=x^2$$

A: $f\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)=\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)^2=\frac{13}{4}-\sqrt{3} \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3},\ \frac{13}{4}-\sqrt{3}\right)$

B: $f\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)=\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)^2=\frac{13}{4}+\sqrt{3} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3},\ \frac{13}{4}-\sqrt{3}\right)$

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{matrix} =\dfrac{\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)+\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)}{2}=\dfrac{1}{2} \\ =\dfrac{\left(\frac{13}{4}+\sqrt{3}\right)+\left(\frac{13}{4}-\sqrt{3}\right)}{2}=\dfrac{13}{4} \end{matrix}$$

よって $\boxed{M\left(\frac{1}{2},\ \frac{13}{4}\right)}$

(2) 直線 CM を
$y = ax + b$ とおく ——— ①

$M\left(\frac{1}{2}, \frac{13}{4}\right)$ ——— ②

まず 直線 ABの傾き $= \dfrac{\left(\frac{13}{4}+\sqrt{3}\right)-\left(\frac{13}{4}-\sqrt{3}\right)}{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)}$

$\vdots$

$= 1$ ——— ③

②③ → ① 代入

$\frac{13}{4} = 1 \times \frac{1}{2} + b$

$b = \frac{15}{4}$ ——— ④

よって

直線 CM: $y = -x + \frac{15}{4}$ ——— ⑤

$\begin{cases} y = -x + \frac{15}{4} \\ y = x^2 \end{cases}$ の連立を解く

$-x + \frac{15}{4} = x^2$

$0 = x^2 + x - \frac{15}{4}$

$0 = \frac{1}{4}(4x^2 + 4x - 15)$

$0 = \frac{1}{4}(2x-3)(2x+5)$

$x = \frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$

$f\left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

よって $\boxed{C\left(-\frac{5}{2}, \frac{25}{4}\right)}$

(3) ピタゴラスの定理より

$$AB^2 = \left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}-\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}+\sqrt{3}-\frac{13}{4}+\sqrt{3}\right)^2 = 24$$

$$BC^2 = \left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}+\sqrt{3}-\frac{25}{4}\right)^2 = 24$$

$$AC^2 = \left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}-\sqrt{3}-\frac{25}{4}\right)^2 = 24$$

$$\boxed{AB : BC : AC = 1 : 1 : 1}$$